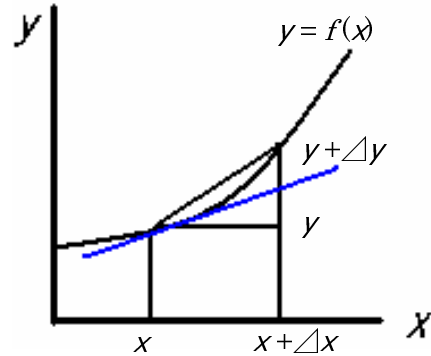


微分と差分

・微分

$$\text{導関数 } f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{df(x)}{dx} = \frac{d}{dx} y = \frac{d}{dx} f(x)$$



物理学では、速度 $\frac{dx}{dt} = v(t)$ 、加速度 $\frac{dv(t)}{dt} = a(t)$ 等の微分量を扱う。

・差分

コンピュータでは、微分量は数式処理ソフトウェアでしか扱えない。数値的には、 Δx を 0 にした場合、導関数の定義は 0 分の 0 となって計算できない。

⇒ 微分 dx 、 dy の代わりに差分 Δx 、 Δy を用いる。

例題

単純な差分を用いて $y = x^2$ に対して、 $x = 1$ における接線の傾きを求める C プログラムを作成し、翻訳編集して実行する。

ex1-1.c

```
#include <stdio.h>
int main(void)
{
    double dx;
    dx=0.1;
    printf("傾き=%f", ((1.0+dx)*(1.0+dx)-1.0)/dx);
    return 0;
}
```

ex1-2.c

```
#include <stdio.h>
int main(void)
{
```

自然科学シミュレーション ノート

```
double dx;
dx=0.1;
printf("差分= %f, 傾き= %f¥n", dx, ((1.0+dx)*(1.0+dx)-1.0)/dx);
dx=0.01;
printf("差分= %f, 傾き= %f¥n", dx, ((1.0+dx)*(1.0+dx)-1.0)/dx);
dx=0.001;
printf("差分= %f, 傾き= %f¥n", dx, ((1.0+dx)*(1.0+dx)-1.0)/dx);
return 0;
}
```

ex1-3.c

```
#include <stdio.h>
int main(void)
{
    double dx;
    int i;
    dx=0.1;
    for(i=0;i<10;i++)
    {
        printf("差分= %f, 傾き= %f¥n", dx, ((1.0+dx)*(1.0+dx)-1.0)/dx);
        dx=dx/10.0;
    }
    return 0;
}
```

*実行は「コマンドプロンプト」を用いる。

**この例では、 x の差分 Δx に対して、 $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ で傾きを求めているが、定義式に当てはめる

と、 $2x + \Delta x$ となって、 x の差分がそのまま導関数との誤差となる。精度を上げるには、中心差分公式 ($x + \Delta x$ でのテイラー展開と $x - \Delta x$ でのテイラー展開の差から求める) や 3 点近似公式を用いる。