

2006年7月13日(木) 実施

例題 1

ばね定数 k のばねの両端についた質量の異なる重りを、摩擦のない水平面上で自由に運動させることを考える。



[解法]

$$m_1 \frac{d^2 x_1}{dt^2} = +k(x_2 - x_1 - L), \quad m_2 \frac{d^2 x_2}{dt^2} = -k(x_2 - x_1 - L) \text{ より,}$$

重心座標 $x_G = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2}$, 相対座標 $r = x_2 - x_1$ を用いれば, $(m_1 + m_2) \frac{d^2 x_G}{dt^2} = 0,$

$$\frac{d^2 r}{dt^2} = -k(r - L) \left(\frac{1}{m_2} + \frac{1}{m_1} \right) = -\frac{k}{\mu} (r - L) \quad \text{ここで, } \mu \text{ は換算質量で, } \mu = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$$

$x = r - L$ として、ルンゲクッタ法を適用する。

ex10-1.c

```
#include <stdio.h>

#define M1 0.1
#define M2 0.05
#define K 0.2
#define TMAX 10.0

double fx(double);
double fv(double);

int main(void)
{
    double r,x,v,t,dt;
    double k0x,k1x,k2x,k3x,k0v,k1v,k2v,k3v;
    FILE *output;

    x=0.2;
    v=0.0;
    dt=0.01;

    output=fopen("spring3.data","w");

    r=1.0+x;

    fprintf(output,"%f %f\n", t, r);
```

```

for (t=0.0;t<TMAX;t+=dt)
{
    k0x=dt*fx(v);
    k0v=dt*fv(x);
    k1x=dt*fx(v+k0v/2.0);
    k1v=dt*fv(x+k0x/2.0);
    k2x=dt*fx(v+k1v/2.0);
    k2v=dt*fv(x+k1x/2.0);
    k3x=dt*fx(v+k2v);
    k3v=dt*fv(x+k2x);
    x=x+(k0x+2.0*k1x+2.0*k2x+k3x)/6.0;
    v=v+(k0v+2.0*k1v+2.0*k2v+k3v)/6.0;
    r=1.0+x;

    fprintf(output,"%f %f\n", t+dt, r);
}

fclose(output);

return 0;
}

double fx(double v)
{
    return v;
}

double fv(double x)
{
    double m;
    m=M1*M2/(M1+M2);

    return -K/m*x;
}

```

例題 2

鉛直下向きの一様な重力が働いている中で、ロケットから鉛直下方に相対速度 u で、単位時間に質量 μ の割合でガスを噴出しながら上昇する。ロケットの質量の初期値 $m_0 = 100 \text{ kg}$ 、 $\mu = 5 \text{ kg/s}$ 、 $u = 200 \text{ m/s}$ とし、燃料のガスの総量は 50 kg とする。この運動を数値的に解く。

[解法]

$$m \frac{dv}{dt} = -g + \mu u, \quad m = m_0 - \mu t \quad \text{より}, \quad \frac{dv}{dt} = -g + \frac{\mu u}{m_0 - \mu t}$$



自然科学シミュレーション ノート

ex10-2.c

```
#include <stdio.h>

#define M0 100.0
#define M 5.0
#define U 200.0
#define G 9.8
#define TMAX 25.0

double fx(double);
double fv(double, double);

int main(void)
{
    double x, v, t, dt;
    double k0x, k1x, k2x, k3x, k0v, k1v, k2v, k3v;
    FILE *output;

    x=0.0;
    v=0.0;
    t=0.0;
    dt=0.01;

    output=fopen("rocket.data", "w");

    fprintf(output, "%f %f\n", t, x);

    for (t=0.0; t<TMAX; t+=dt)
    {
        k0x=dt*fx(v);
        k0v=dt*fv(t, x);
        k1x=dt*fx(v+k0v/2.0);
        k1v=dt*fv(t+dt/2.0, x+k0x/2.0);
        k2x=dt*fx(v+k1v/2.0);
        k2v=dt*fv(t+dt/2.0, x+k1x/2.0);
        k3x=dt*fx(v+k2v);
        k3v=dt*fv(t+dt, x+k2x);
        x=x+(k0x+2.0*k1x+2.0*k2x+k3x)/6.0;
        v=v+(k0v+2.0*k1v+2.0*k2v+k3v)/6.0;

        if (x>=0.0)
            fprintf(output, "%f %f\n", t+dt, x);
        else
            break;
    }
}
```

自然科学シミュレーション ノート

```
    fclose(output);

    return 0;
}

double fx(double v)
{
    return v;
}

double fv(double t, double x)
{
    if (M*t<=M0/2)
        return -G+M*U/(M0-M*t);
    else
        return -G;
}
```